

## Resolución de Problemas y Algoritmos

### Clase 18



Dr. Alejandro J. García

<http://cs.uns.edu.ar/~ajg>



Departamento de Ciencias e Ingeniería de la Computación  
Universidad Nacional del Sur  
Bahía Blanca - Argentina

## Fibonacci (1170 -1250)

**Leonardo de Pisa**, [matemático italiano](#). El apodo de su padre era *Bonacci* (bien intencionado) y él recibió el apodo *Fibonacci: filius* (hijo de) Bonacci.



Su padre era comerciante, y Fibonacci de joven vivió en África, donde estudió con los matemáticos árabes más destacados de ese tiempo. Allí aprendió el sistema de numeración árabe (decimal).

Consciente de la superioridad de este sistema comparado con el romano, en 1202, a los 32 años de edad, publicó lo que había aprendido en el **Liber Abaci** (libro del ábaco o libro de los cálculos), mediante el cual se introdujo en Europa el sistema decimal que reemplazaría al romano.

[http://es.wikipedia.org/wiki/Leonardo\\_de\\_Pisa](http://es.wikipedia.org/wiki/Leonardo_de_Pisa)

Resolución de Problemas y Algoritmos Dr. Alejandro J. García

2

## Sistema de numeración decimal (base 10)

- El sistema de numeración decimal se considera uno de los avances más significativos de las matemáticas.
- La mayoría de los historiadores coinciden en afirmar que tuvo su origen en la India (Tamil) en 300 aC (pero también se especula que tuviera sus orígenes en China).
- Este sistema de numeración llegó a [Oriente Medio](#) hacia el año 670. [al-Jwarizmi](#) escribió el libro "Acerca de los cálculos con los números de la India" cerca de el año 825.
- En Europa se utilizaban los números Romanos, pero [Fibonacci](#), que había estudiado en [Bugía](#) (en la actual [Argelia](#)), contribuyó a la difusión por [Europa](#) del sistema árabe con su libro [Liber Abaci](#), publicado en 1202. [http://es.wikipedia.org/wiki/Números\\_arábigos](http://es.wikipedia.org/wiki/Números_arábigos)

Resolución de Problemas y Algoritmos Dr. Alejandro J. García

3

## Sucesión de Fibonacci

La **sucesión de Fibonacci** es una sucesión infinita de números naturales: 0, 1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, ...

Que inicia con 0 y 1, y a partir de ahí cada elemento es la suma de los dos anteriores. A cada elemento de esta sucesión se le llama **número de Fibonacci**.

La sucesión fue descrita por Fibonacci, en su libro *Liber Abaci*, como la solución a un problema de la cría de conejos.

Antes de que Fibonacci escribiera su trabajo, la sucesión de los números de Fibonacci había sido descubierta por matemáticos indios tales como Gopala (antes de 1135) y Hemachandra (1150),

Resolución de Problemas y Algoritmos Dr. Alejandro J. García

5

## Sucesión de Fibonacci: definición recursiva

Los números de Fibonacci  $f_0, f_1, f_2, f_3, f_4, \dots$  pueden definirse recursivamente como:

- $f_0 = 0$
- $f_1 = 1$
- $f_n = f_{n-1} + f_{n-2}$  para  $n > 1$

```
FUNCTION Fibo (N:integer):integer;
begin
  if (N = 0) or (N = 1)
  then fibo:=N
  else fibo := fibo(N-1) + fibo(N-2);
end;
```

Resolución de Problemas y Algoritmos Dr. Alejandro J. García

6

## Problema propuesto

Escriba un programa con un procedimiento recursivo que dado un archivo de texto genere un nuevo archivo con los elementos en orden inverso.

### Generar archivo T invertido

- **Caso base:** Si T está vacío, el archivo invertido es vacío.
- **Caso general :** si T tiene elementos, retirar el primer elemento (P); generar el archivo invertido de T sin su primer elemento y luego agregar P al final del invertido.

Resolución de Problemas y Algoritmos Dr. Alejandro J. García

7

El uso total o parcial de este material está permitido siempre que se haga mención explícita de su fuente:

"Resolución de Problemas y Algoritmos. Notas de Clase". Alejandro J. García. Universidad Nacional del Sur. (c)1998-2012.

```

Procedure invertir( var F1,F2: Text);
Procedure invertirRec( var F1,F2: Text);
var elemento: char;
begin
  IF not EOF(F1) THEN
    begin read(F1,elemento);
          invertirRec(F1,F2);
          write(F2,elemento);
    end;
end;

Begin
Reset(F1); rewrite(F2);
invertirRec(F1,F2);
close(F1); close (F2);
end
    
```

### Sistema de numeración binario

- El **sistema de numeración decimal** utiliza 10 dígitos (0 a 9) para representar los números.
- Sin embargo, el **sistema binario** solamente utiliza dos dígitos 0 y 1. Por ejemplo, 0 a 19 en binario:
 

0: 0	5: 101	10: 1010	15: 1111
1: 1	6: 110	11: 1011	16: 10000
2: 10	7: 111	12: 1100	17: 10001
3: 11	8: 1000	13: 1101	18: 10010
4: 100	9: 1001	14: 1110	19: 10011
- El sistema binario está **estrechamente ligado** a computación y será tema de varias materias de su carrera.

### Decimal a binario

- La representación binaria de un número natural N, se puede obtener con los restos que resultan de dividir sucesivamente N por 2, hasta llegar a 0.
- Dichos restos se utilizan en el **orden inverso** al que fueron calculados y con ellos se obtiene el correspondiente número binario.

<p><b>Ejemplo:</b> N=14 → 1110</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 14 div 2 es 7, resto 0</li> <li>• 7 div 2 es 3, resto 1</li> <li>• 3 div 2 es 1, resto 1</li> <li>• 1 div 2 es 0, resto 1</li> </ul>	<p><b>Ejemplo:</b> N=8 → 1000</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 8 div 2 es 4, resto 0</li> <li>• 4 div 2 es 2, resto 0</li> <li>• 2 div 2 es 1, resto 0</li> <li>• 1 div 2 es 0, resto 1</li> </ul>
--	--

### Decimal a binario (1)

- Problema:** Escribir un **procedimiento recursivo** que dado un número natural N, **imprima** en la pantalla su representación binaria.

**Solución recursiva:**

- Casos base:** si N es 1 imprime 1 y si N es 0 imprime 0
- Caso general:** si N es mayor a 1, imprime la representación binaria de (N div 2) y luego imprime N mod 2

```

PROCEDURE binario(N:integer);
BEGIN
IF N=0 or N=1 THEN write(N)
ELSE
  BEGIN
    binario(N div 2);
    write( N mod 2);
  END;
END;
    
```

### Decimal a binario (2)

- Escribir un **procedimiento recursivo** que dado un número natural N, devuelva en **una variable entera** BIN por parámetro su representación binaria.

**Solución recursiva:**

- Casos base:** si N es 1 BIN es 1 y si N es 0 BIN es 0
- Caso general:** si N es mayor a 1, BIN es la representación binaria de (N div 2) multiplicado por 10 + ( N mod 2)

### En Pascal...

```

PROCEDURE CalculaBinario(N:integer; var Bin: integer);
BEGIN
IF N=0 or N = 1THEN bin:=N
ELSE
  BEGIN
    CalculaBinario(N div 2,bin);
    {writeln('ya tengo ', bin, ' ahora le agrego ', N mod 2);}
    bin:=(bin*10) + N mod 2;
  END;
END;
    
```

El uso total o parcial de este material está permitido siempre que se haga mención explícita de su fuente:  
 “Resolución de Problemas y Algoritmos. Notas de Clase”. Alejandro J. García. Universidad Nacional del Sur. (c)1998-2012.